

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ -RISK MANAGEMENT - Φύλλο Ασκήσεων 2011 στα Μέτρα Κινδύνου

Διδάσκων : Χ. Κουντζάκης

29 Μάου 2011

Άσκηση 1 Αν υποθέσουμε ότι το σύνολο των καταστάσεων του κόσμου είναι το $\Omega = \{1, 2, 3\}$ και το σύνολο των αποδεκτών χρηματοοικονομικών συμβολαίων είναι το \mathbb{R}_+^3 και έστω $\rho : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$: συνεπές μέτρο κινδύνου. Ποιο συνεπές μέτρο κινδύνου λαμβάνει τις μεγαλύτερες δυνατές τιμές και ποιο συνεπές μέτρο κινδύνου λαμβάνει τις μικρότερες δυνατές τιμές στην περίπτωση αυτή ; (Υπόδειξη: χρησιμοποιήστε το θεώρημα δυϊκής αναπαράστασης και το γεγονός ότι το simplex Δ_2 στην περίπτωση αυτή είναι τρίγωνο).

Άσκηση 2 Γενικεύστε την προηγούμενη άσκηση στην περίπτωση που $\Omega = \{1, 2, \dots, m\}$, $m \in \mathbb{N}$ και το σύνολο των αποδεκτών χρηματοοικονομικών συμβολαίων είναι ο κώνος \mathbb{R}_+^m .

Άσκηση 3 Να προσδιοριστεί η Lipschitz σταθερά συνέχειας για ένα συνεπές μέτρο κινδύνου ως προς την ℓ^2 -norm του \mathbb{R}^m . (Υπόδειξη : σε Ευκλείδειους χώρους όλες οι νόρμες διανυσμάτων είναι ισοδύναμες).

Άσκηση 4 Ποια η μορφή της τιμής $\rho(x)$ στην περίπτωση του μέγιστου δυνατού μέτρου συνεπούς κινδύνου της πρώτης Άσκησης, για κάθε $x \in \mathbb{R}^m$;

Άσκηση 5 Εξετάστε το μέγιστο δυνατό μέτρο κινδύνου της πρώτης Άσκησης ως προς τη διαφορισιμότητα.

Άσκηση 6 Αν $\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x + 3y \geq 0, y \geq 0\}$, προσδιορίστε τις τιμές του $\rho_{\mathcal{A}, 1}$ στα συμβόλαια με αποδόσεις $(1, 2), (-1, -1), (-2, 0)$.

Άσκηση 7 Το ίδιο για το μέτρο κινδύνου που προσδιορίζεται από το σύνολο σεναρίων για τις καταστάσεις του κόσμου $\mathcal{P} = \{(\frac{1+\lambda}{2}, \frac{1-\lambda}{2}) | \lambda \in [0, 1]\}$.

Άσκηση 8 Έστω το μοντέλο της πρώτης Άσκησης με δύο καταστάσεις του κόσμου και αντικειμενικό μέτρο πιθανότητας $Q = (\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$. Αν για το χρηματοοικονομικό συμβόλαιο $x = (0.5, -0.5)$ υπολογίσω το $\rho(x)$ ως προς το μέγιστης τιμής συνεπές μέτρο κινδύνου και το $VaR_a(x)$ με $a = 0.99$ τι παρατηρώ ;